

# WORKSHOP DI AGGIORNAMENTO

## LA PROGETTAZIONE ANTISISMICA ALLA LUCE DELLA NUOVA NORMATIVA

Strumenti e tecniche di calcolo per la libera professione

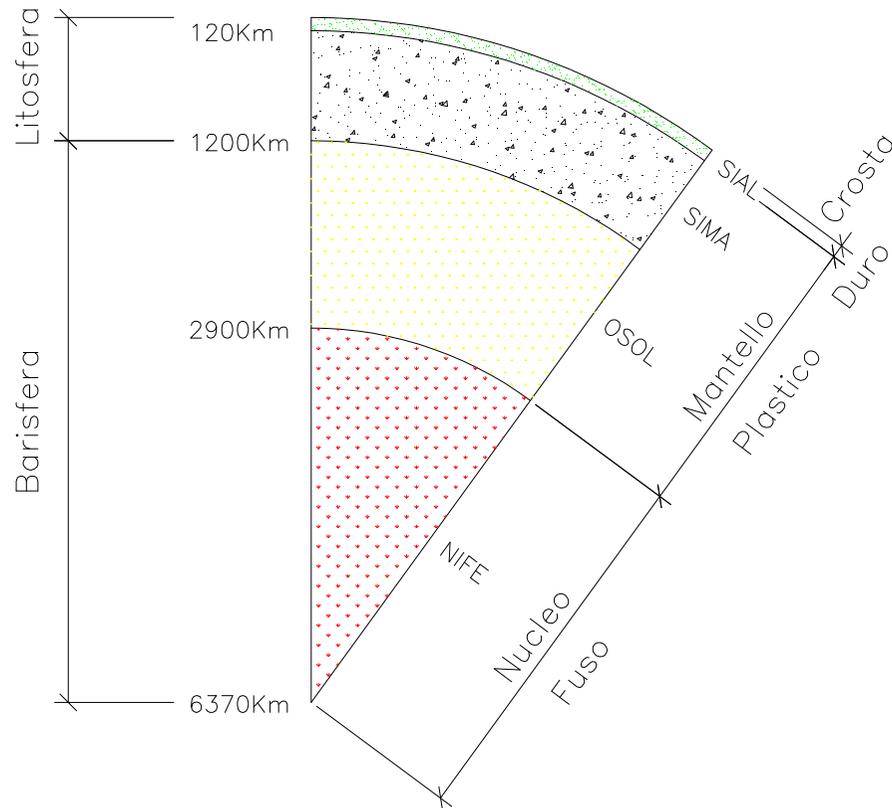
Cosenza, 22 Marzo 2005



**Nuova normativa sismica e tecniche di calcolo**

Relatore : ing. Vincenzo Nunziata

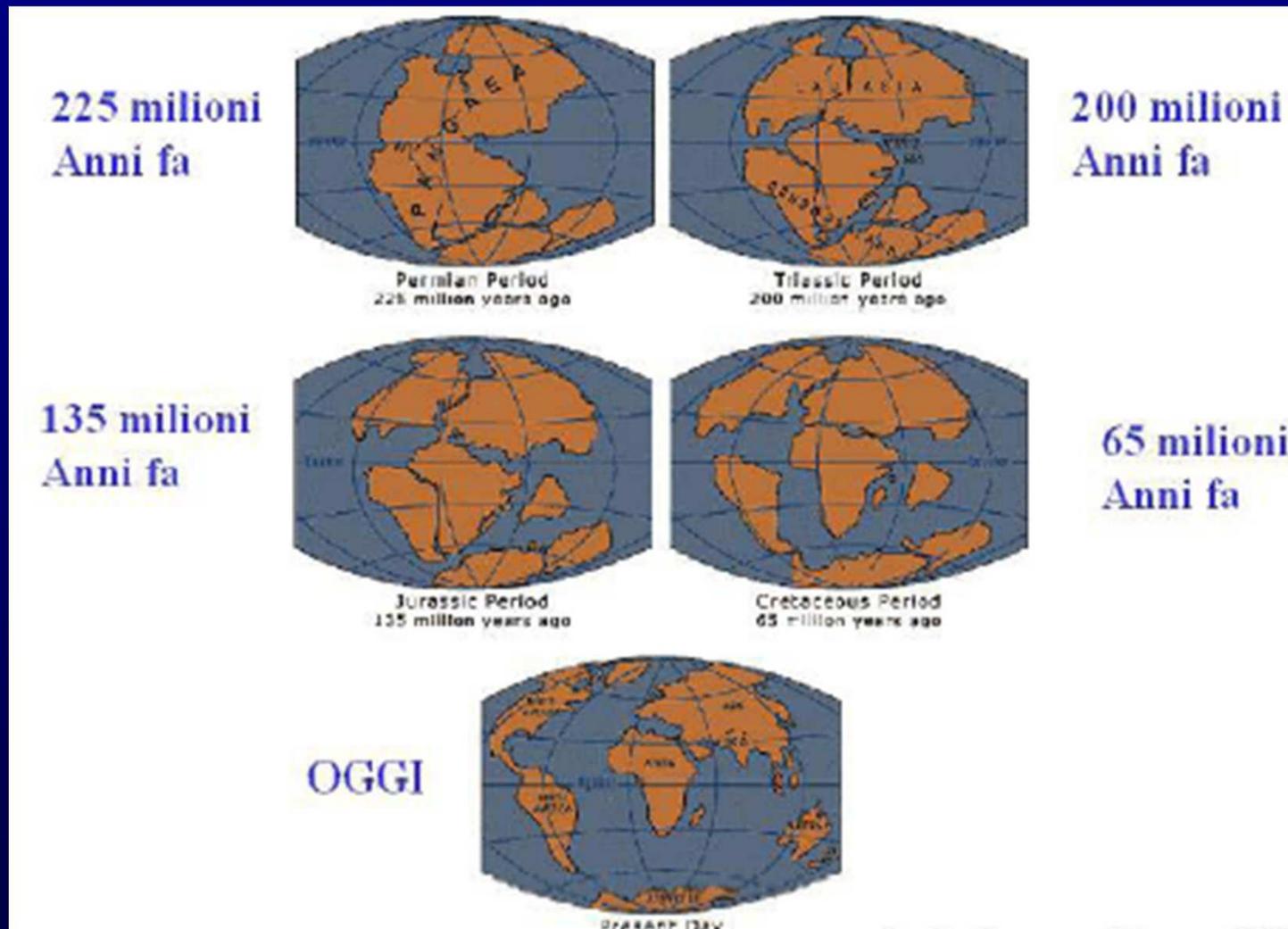
# Struttura interna della Terra



Densità media Terra =  $5,5 \text{ g/cm}^3$

Densità Crosta ~  $2,7-2,8 \text{ g/cm}^3$

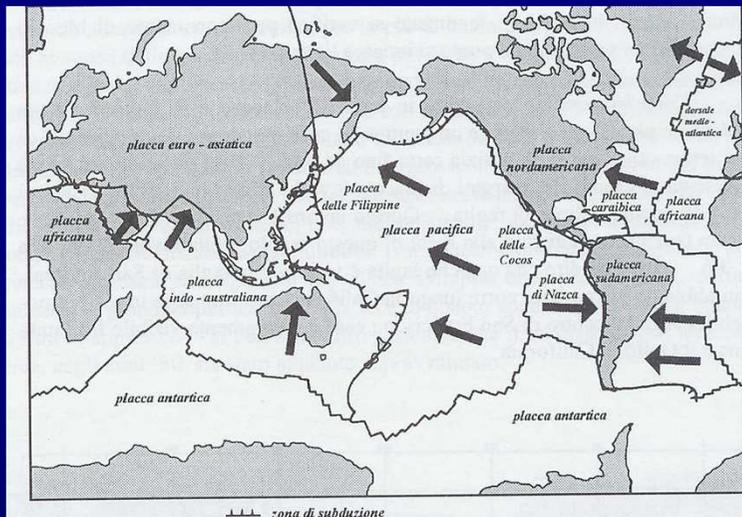
## Deriva Continentale



“Sopra le pianure d’Italia, dove oggi volano gli uccelli a torme, solean discorrere i pesci a grandi squadre” – Leonardo da Vinci

# La Tettonica a “Placche” o a “Zolle”

## Placche Continentali



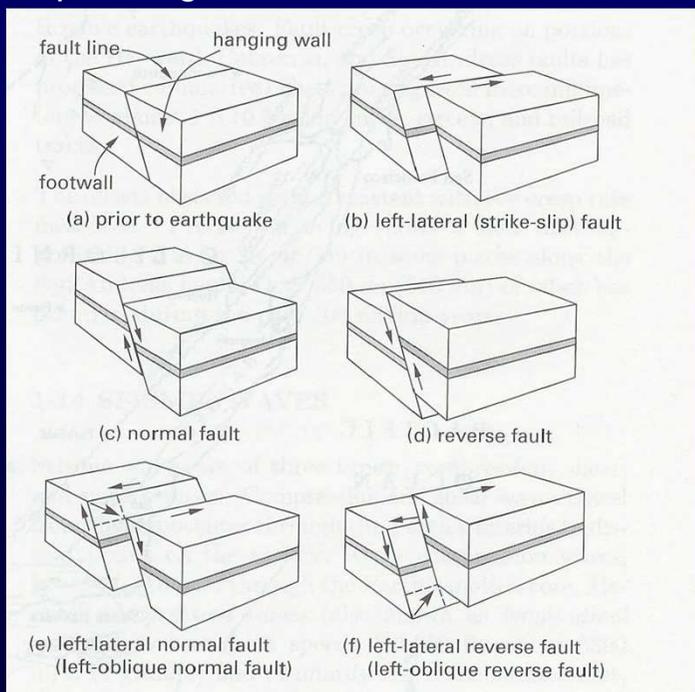
Argentina 1977



Guatemala 1976



## Tipi di Faglie



Faglie: “margini delle zolle; rappresentano le superfici di discontinuità sulle quali avvengono le traslazioni relative, orizzontali e/o verticali, delle facce a contatto delle zolle”

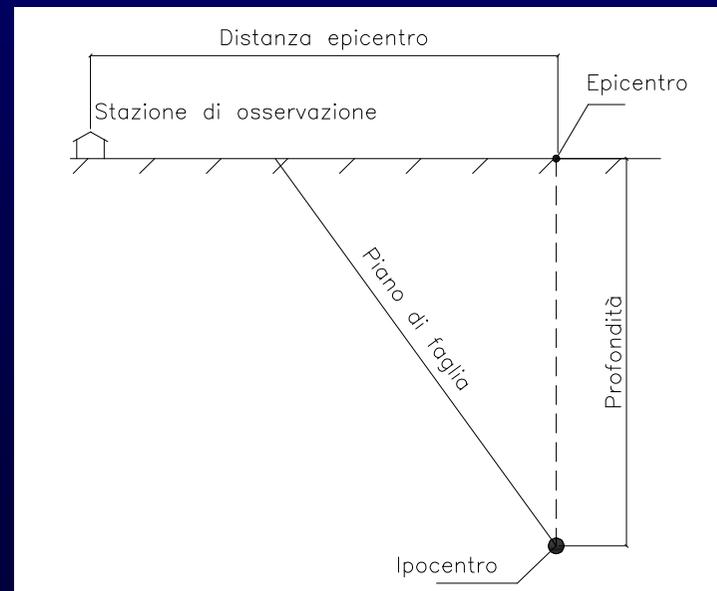
**Terremoto:** “Oscillazione anche violenta della superficie terrestre, provocata da un rilascio di energia nella crosta terrestre”

In base alla causa che ne genera l'origine, si hanno:

- Terremoti tettonici**
- Terremoti vulcanici
- Terremoti di crollo
- Terremoti da esplosione

Tsumani; “Terremoto di tipo tettonico dove la rottura della faglia avviene sotto il fondo oceanico”

### Terminologia Terremoti



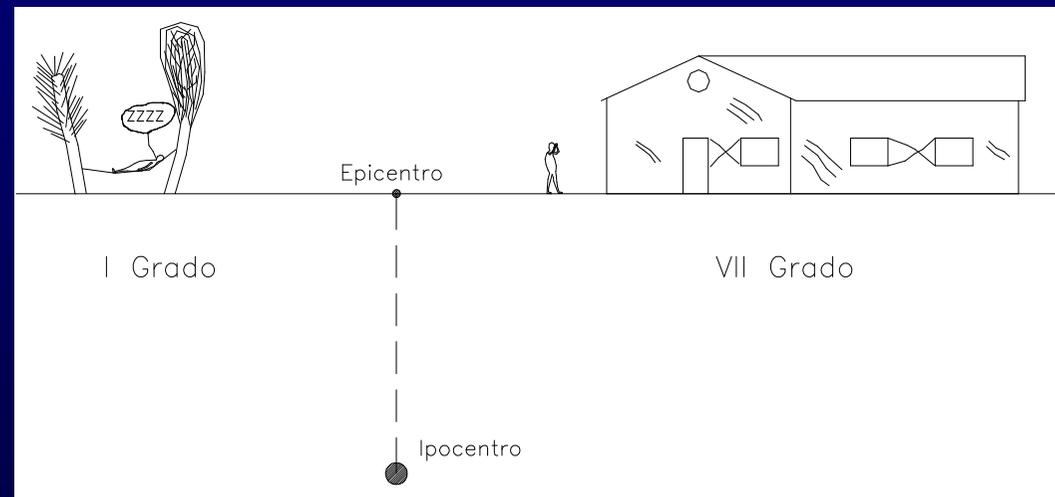
# Classificazione Terremoti

Giuseppe Mercalli (Milano 1850 – Napoli 1914)

## Scala MCS (Mercalli – Cancani – Sieberg)

- I Grado: Impercettibile
- II Grado: Molto leggero
- III Grado: Leggero
- IV Grado: Moderato
- V Grado: Abbastanza forte
- VI Grado: Forte
- VII Grado: Molto forte
- VIII Grado: Rovinoso
- IX Grado: Completamente distruttivo
- X Grado: Distruttivo
- XI Grado: Catastrofico
- XII Grado: Grandemente catastrofico

Scala di tipo soggettivo



## Charles Francis Richter (1900-1985)

**Magnitudo M:** “Indice strumentale dell’energia rilasciata da un sisma”.

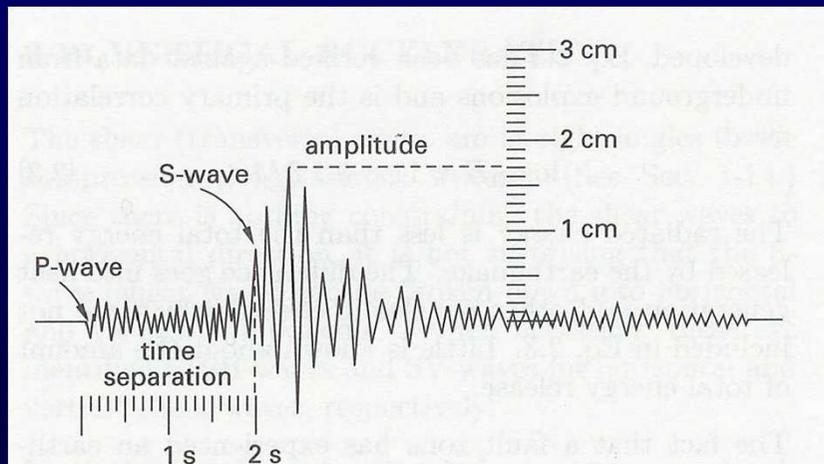
$$M = \log_{10} \frac{A}{A_0}$$

per sismografi posti a 100 Km dall’epicentro

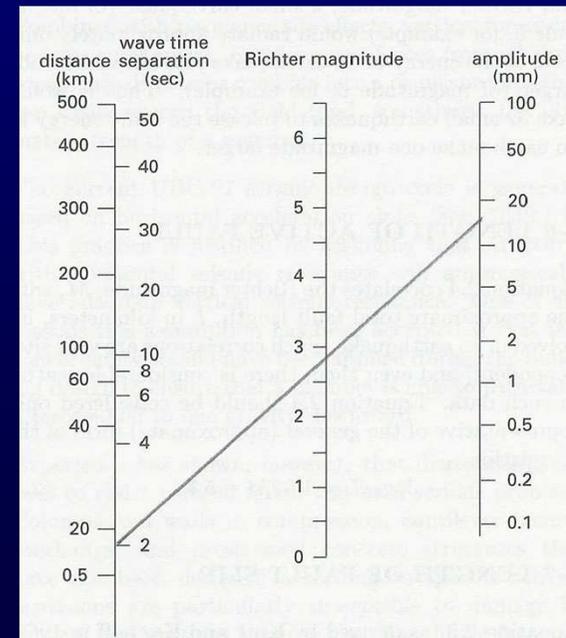
A ampiezza massima della registrazione del sismografo

$A_0 \sim 0,001$  mm

Per distanze sismografo-epicentro diverse da 100 Km si usa il seguente diagramma



Tipico sismogramma



Normogramma per la correzione della Magnitudo Richter

## I maggiori terremoti in Italia

Data	Località	Magnitudo	Vittime
28/12/1857	Salerno	6,5	12000
28/12/1908	Messina Reggi C.	7,5	86926
13/01/1915	Avezzano	7	29980
06/05/1976	Friuli	6,5	976
23/11/1980	Irpinia	7,2	2735

## Correlazioni empiriche

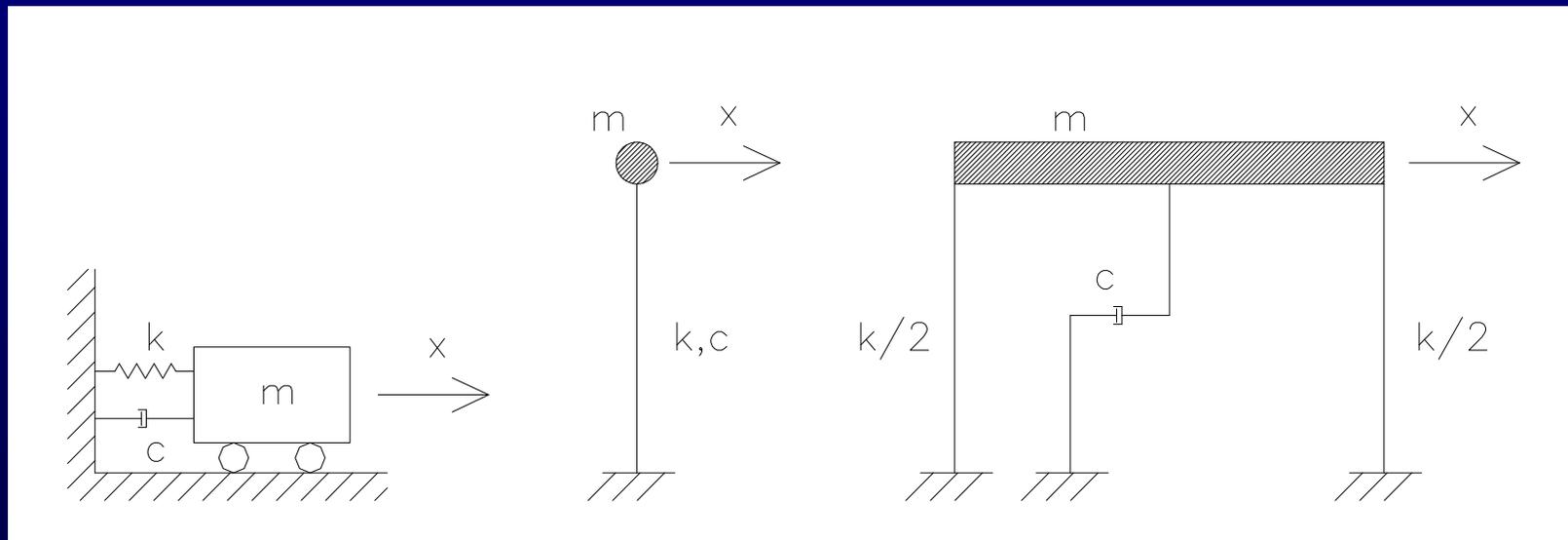
Gradi Mercalli MCS	Magnitudo M	Accelerazione al suolo g	Durata s
IV	3,5	0,03	-
V	4	0,06	3
VI	5,5	0,12	6
VII	6	0,20	12
VIII	7	0,35	24
IX	7,5	0,5	30
X	8	0,7	34
XI	8,5	0,85	37
XII	9	>0,9	-

## Terremoti catastrofici nel mondo

Data	Località	Magnitudo [M]
08/03/1933	Giappone	8,9
16/12/1920	Cina	8,6
19/09/1985	Città del Messico	8,1

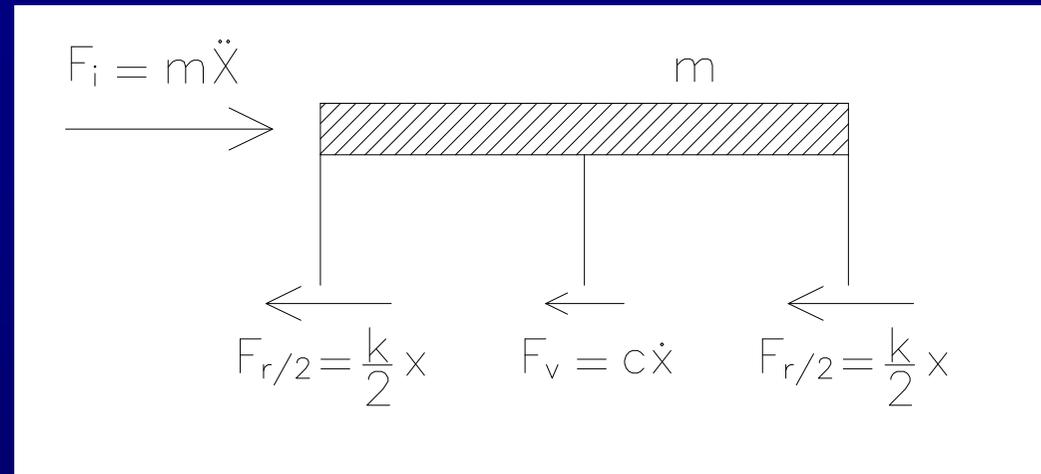
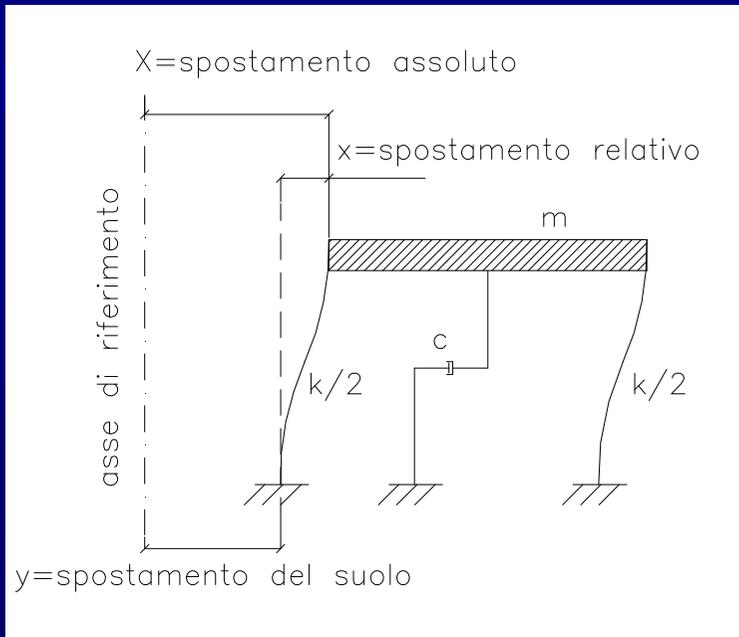
# Oscillatore semplice o ad un solo Grado di libertà (SDOF)

“qualsiasi dispositivo composto da una massa che si può muovere in un'unica direzione (orizzontale, verticale o rotatoria), collegata a terra tramite elementi elastici ed, eventualmente elementi viscosi”.



Tipi di oscillatori ad un solo grado di libertà (SDOF)

## Forze agenti sul sistema in presenza di sisma



$F_i$ = forza di inerzia; agisce sul traverso per effetto dell'accelerazione assoluta subita; per il secondo principio della dinamica, vale:

$$F_i = m \cdot a = m \cdot \ddot{X} = m \cdot (\ddot{x} + \ddot{y})$$

$F_r$ = forza di rigidezza; agisce sul traverso ed è provocata dalla reazione dei ritti per effetto dello spostamento relativo subito; essa è proporzionale tramite una costante  $k$  (costante elastica o di rigidezza) allo spostamento relativo, vale:

$$F_r = k \cdot x$$

$F_v$  = forza viscosa; rappresenta la dissipazione di energia provocata dal comportamento visco-elastico del materiale, per il cui effetto le oscillazioni (altrimenti in moto perpetuo) provocate dal sisma si annullano dopo un certo lasso temporale, essa è proporzionale tramite una costante  $c$  (costante di viscosità) alla velocità relativa, vale:

$$F_v = c \cdot \dot{x}$$

Per l'equilibrio delle forze, si ha:

$$F_r + F_v = F_i$$

$$-k \cdot x - c \cdot \dot{x} = m(\ddot{x} + \ddot{y})$$

ordinando:

$$m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = -m \cdot \ddot{y}$$

**Equazione del moto**

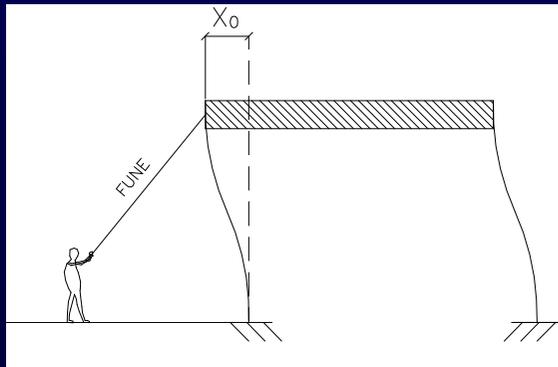
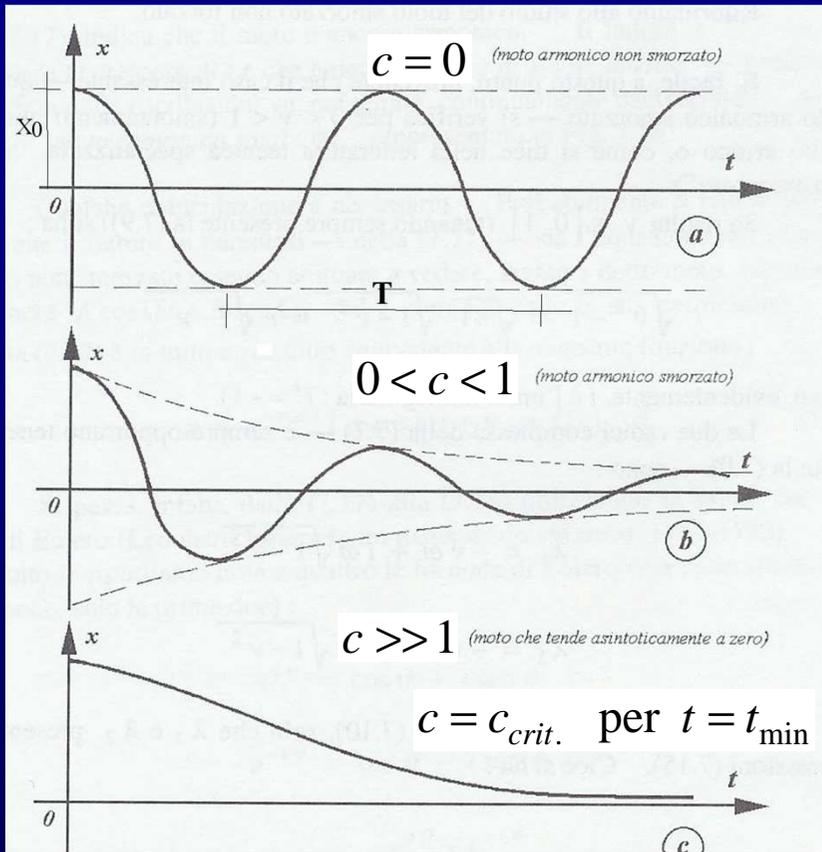
inerzia

viscosità

rigidezza

forzante (terremoto)

# Definizioni



$T$  [s] periodo naturale

$f = \frac{1}{T}$  [Hz = s<sup>-1</sup>] frequenza naturale

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$  [rad/sec] frequenza angolare

$\xi = \frac{c}{c_{crit}}$  coefficiente di smorzamento

posto

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

si ricava

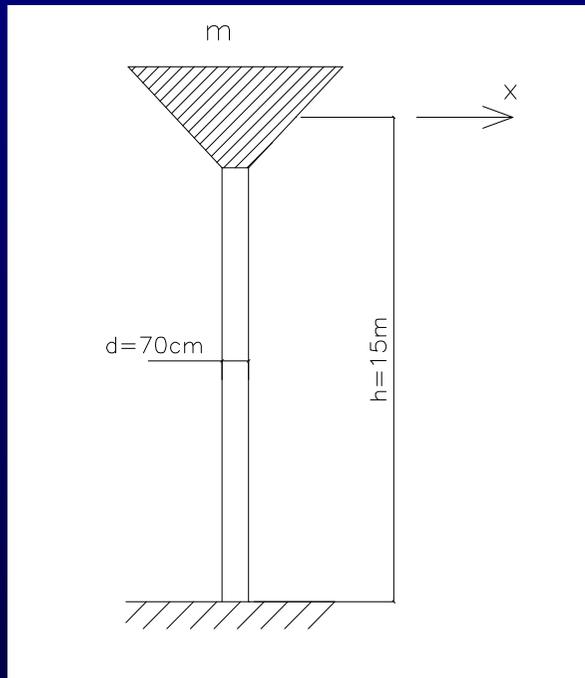
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

## Esercizio 1.

Un piccolo serbatoio sopraelevato del peso complessivo a pieno carico di  $P=45000\text{N}$  è sorretto da una colonna circolare  $d=70\text{cm}$  in c.a. Rck 25, alta  $15\text{m}$  ed incastrata alla fondazione. Trascurando il peso della colonna, calcolare il periodo naturale di vibrazione.

### Soluzione



$$x = \frac{Fh^3}{3EI} \quad \text{per } x = 1, \text{ si ha :}$$

$$F = k = \frac{3EI}{h^3} = \frac{3 \cdot 28500 \cdot \frac{\pi \cdot 700^4}{64}}{15000^3} = 298 \text{ N/mm} \cong 2,98 \cdot 10^5 \text{ N/m}$$

per  $g \cong 10 \text{ m/s}^2$ , si ha :

$$m = \frac{P}{g} = \frac{45000}{10} = 4500 \text{ kg}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{4500}{2,98 \cdot 10^5}} = 0,77 \text{ s}$$

Se si schematizza il terremoto con una forzante sinusoidale, si ha

$$F(t) = F_{\max} \cdot \sin \omega_1 \cdot t$$

$$x(t) = A \cdot \left( \frac{F_{\max}}{k} \right) \cdot \sin \omega_1 \cdot t$$

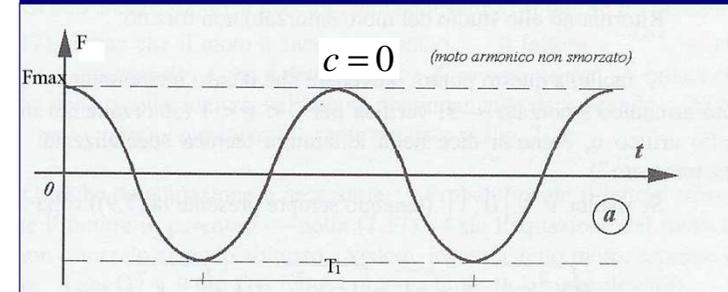
dove:

$F_{\max}$  = valore massimo della forzante

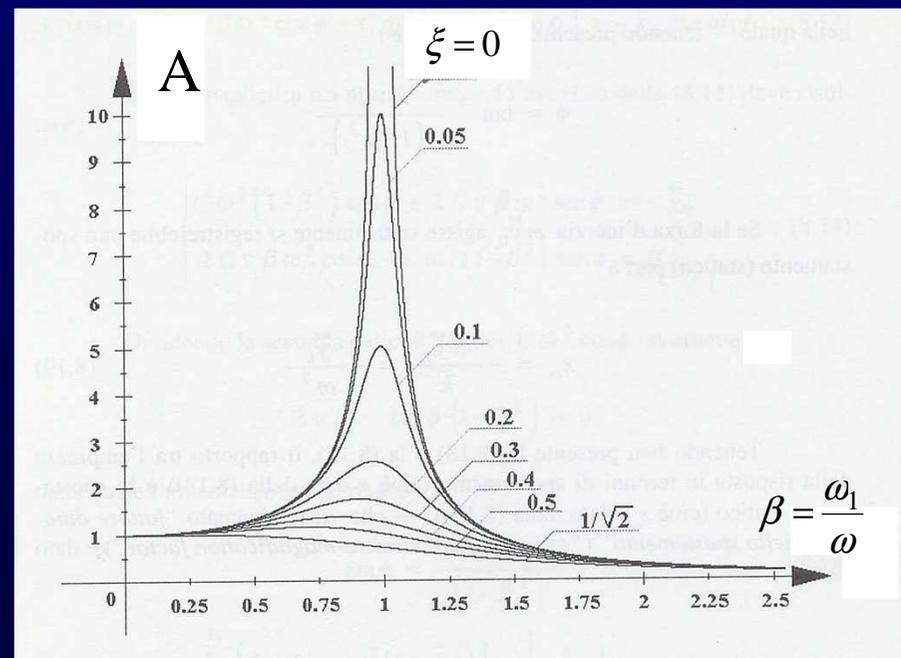
$k$  = rigidezza del sistema

$\omega_1$  = frequenza angolare della forzante

$A$  = fattore di amplificazione dinamica dello spostamento



### Fattore di Amplificazione



# Casi

1)  $\omega = \omega_1, \xi = \text{piccolo o al limite nullo}$   
 $\beta = 1 \quad A \Rightarrow \infty$

Fenomeno della *risonanza* : il sistema, eccitato con una forzante che possieda la sua stessa frequenza (o periodo) risponde con oscillazioni o spostamenti molto grandi, al limite infiniti.

2)  $\omega \gg \omega_1 \quad (T \ll T_1)$   
 $\beta \ll 1 \quad A \cong 1$

Quando l'azione esterna è molto lenta (frequenza bassa; periodo grande), lo spostamento del sistema non subisce amplificazioni, è come se si applicasse una forza esterna staticamente.

3)  $\omega \ll \omega_1 \quad (T \gg T_1)$   
 $\beta \gg 1 \quad A \cong 0$

Se l'azione esterna ha una frequenza molto elevata (periodo molto piccolo) rispetto a quella del sistema, l'effetto provocato è nullo; il sistema non si muove; esempi: grattacieli, edifici isolati alla base.

## SCHEDA 10

	Vero	Falso
1) L' America si allontana dall'Africa di circa 2cm all'anno	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2) Le faglie sono degli enormi burroni	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3) I terremoti tettonici sono provocati dal crollo di gallerie sotterranee	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4) La scala Mercalli è basata su misurazioni di tipo strumentale	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5) La Magnitudo della scala Richter indica l'energia rilasciata dal sisma	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## SCHEDA 11

Un peso di 300N è appeso a due molle di costanti elastiche rispettivamente  $k_1=1750\text{N/m}$ ,  $k_2=875\text{N/m}$ . Determinare il periodo naturale  $T$ .

## SCHEDA 12

	Vero	Falso
1) Dal punto di vista sismico, in generale, le strutture molto alte con periodo proprio $T$ elevato sono più favorite	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2) La rovina del ponte sospeso di Angers nel 1850 fu provocata dal passo cadenzato di un battaglione di soldati	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3) Dal punto di vista sismico, in generale, è preferibile avere strutture più deformabili (duttili)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

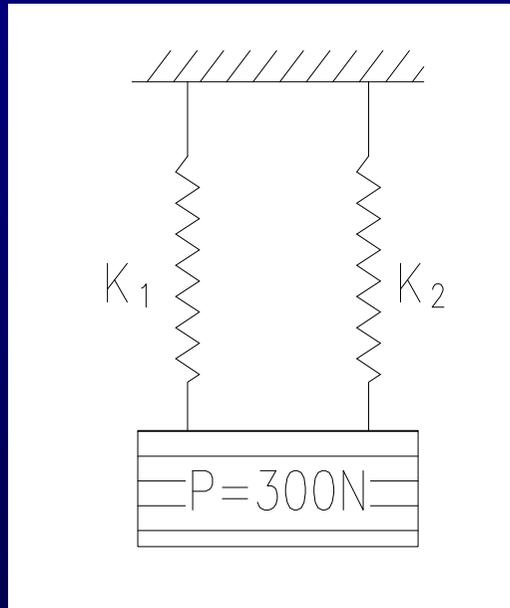
## SCHEDA 10

	Vero	Falso
1) L' America si allontana dall'Africa di circa 2cm all'anno	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2) Le faglie sono degli enormi burroni	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3) I terremoti tettonici sono provocati dal crollo di gallerie sotterranee	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
4) La scala Mercalli è basata su misurazioni di tipo strumentale	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
5) La Magnitudo della scala Richter indica l'energia rilasciata dal sisma	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## SCHEDA 11

Un peso di 300N è appeso a due molle di costanti elastiche rispettivamente  $k_1=1750\text{N/m}$ ,  $k_2=875\text{N/m}$ . Determinare il periodo naturale  $T$ .

### Soluzione



$$k = k_1 + k_2 = 1750 + 875 = 2625 \text{ N/m}$$

$$m = \frac{P}{g} \cong \frac{300\text{N}}{10\text{m/s}^2} = 30\text{kg}$$

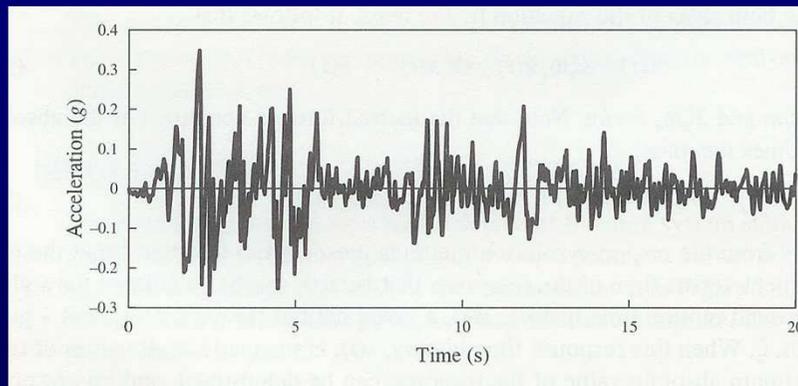
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{30}{2625}} = 0,67\text{s}$$

## SCHEDA 12

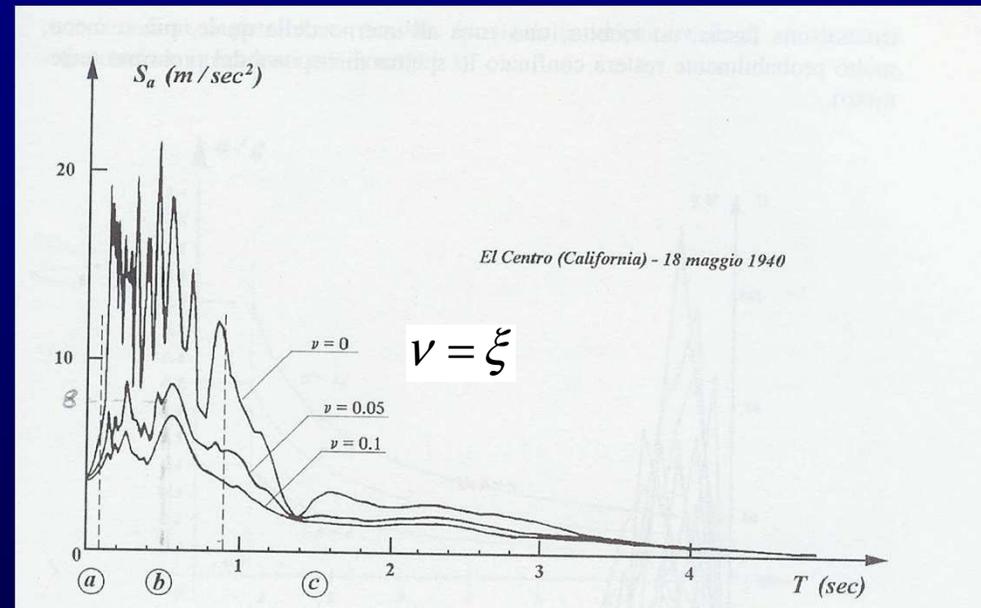
	Vero	Falso
1) Dal punto di vista sismico, in generale, le strutture molto alte con periodo proprio $T$ elevato sono più favorite	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2) La rovina del ponte sospeso di Angers nel 1850 fu provocata dal passo cadenzato di un battaglione di soldati	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3) Dal punto di vista sismico, in generale, è preferibile avere strutture più deformabili (duttili)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# Gli Spettri di Risposta

Lo spettro di risposta rappresenta graficamente il massimo effetto in termini di spostamento ( $S_d$ ), velocità ( $S_v$ ) o accelerazione ( $S_a$ ), provocato da un terremoto su oscillatori ad un solo grado di libertà in funzione del coefficiente di smorzamento e del periodo proprio  $T$ .



Accelerogramma: componente nord-sud  
Terremoto di El Centro, 1940



Spettro di Risposta dell'accelerazione

In linea teorica la massima accelerazione di un edificio (e quindi forze equivalenti al sisma) per un assegnato terremoto di progetto si può determinare sul diagramma  $S_a$  noto il periodo fondamentale  $T$  e lo smorzamento  $\xi$ .

continua

$$F_{eq} = m \cdot a$$

Si ha:

$$T_0 \cong \frac{n}{12}$$

Dove:

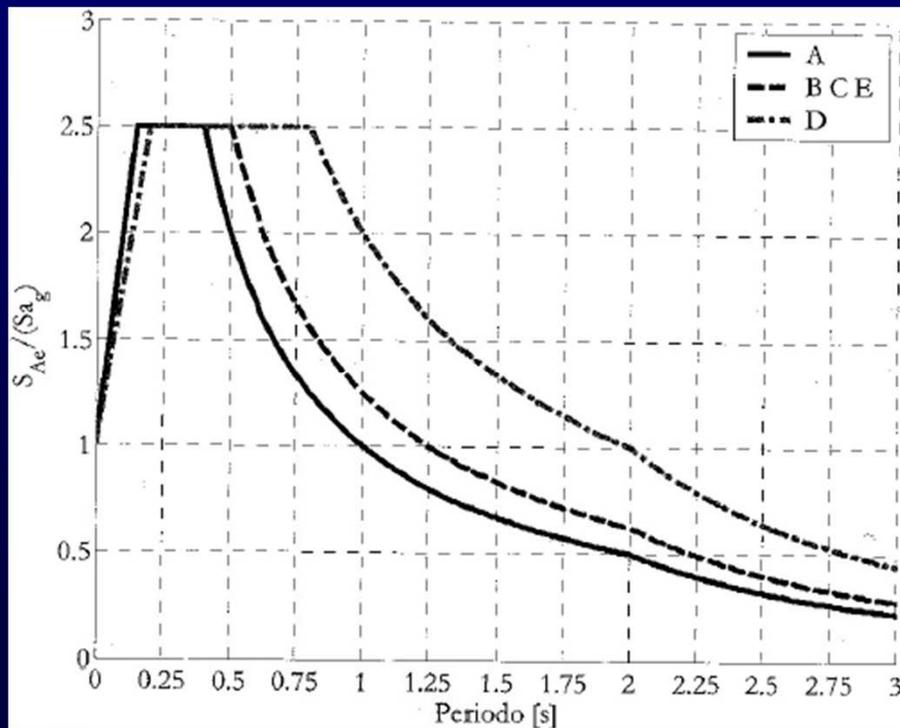
$n$  = numero dei piani

$S_a$  = accelerazione spettrale

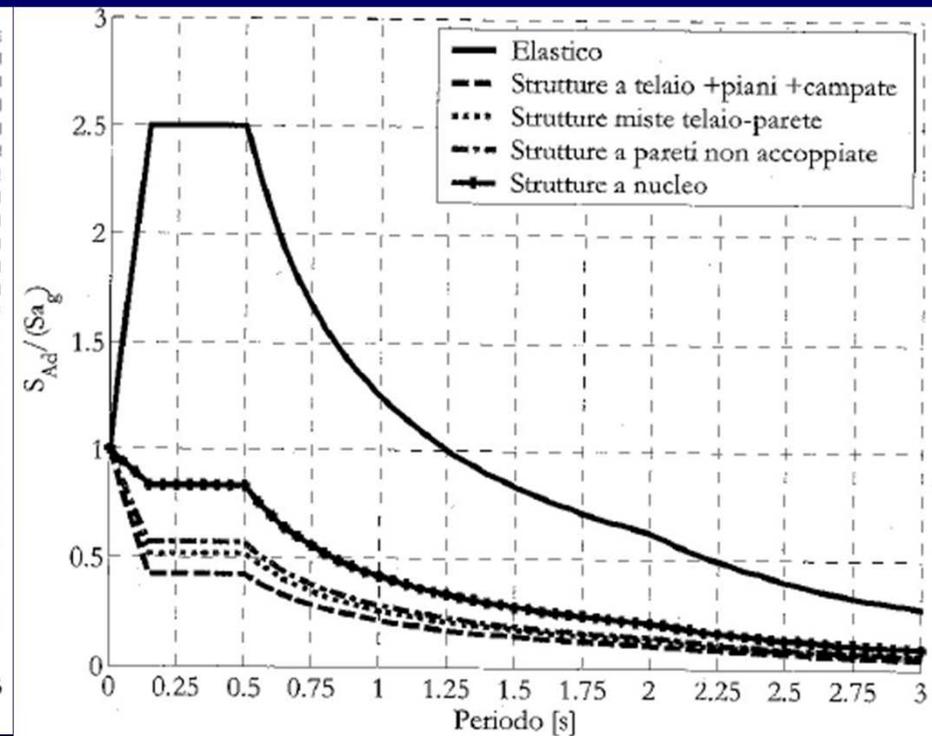
$F_{eq}$  = forza statica equivalente

Facendo l'involuppo degli spettri elastici di vari terremoti e regolarizzando il diagramma si ottiene lo spettro di risposta elastico della normativa sismica.

*Spettro di Risposta Elastico - Ord.3274*

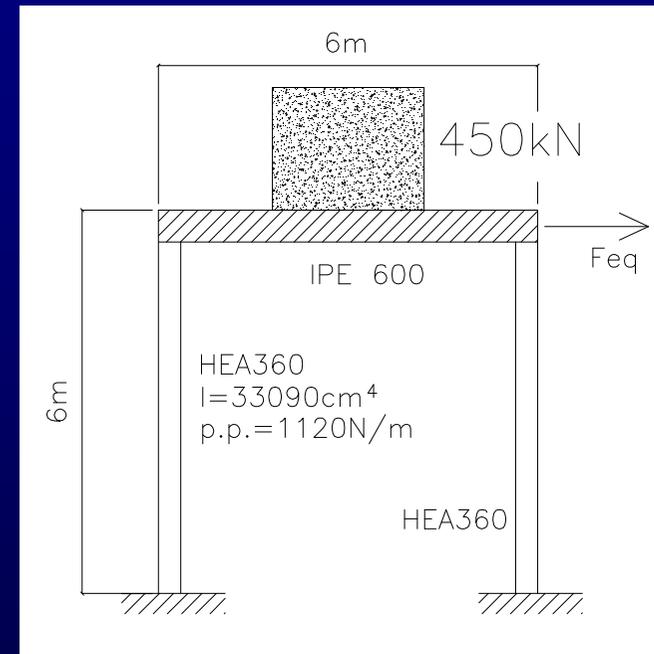
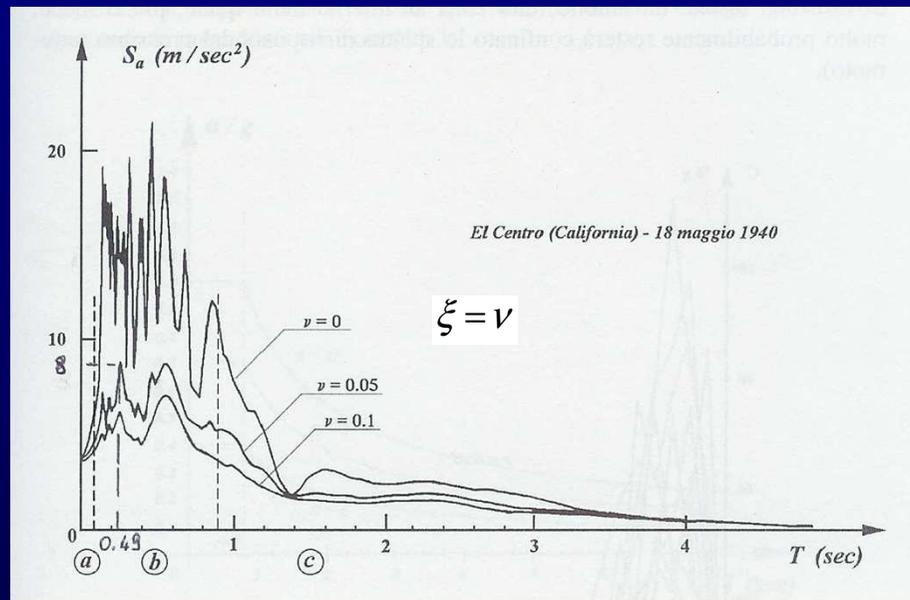


*Spettro di Progetto - Ord. 3274*



## Esercizio 2.

La struttura a portale in carpenteria metallica in figura debba sopportare un peso di 450 kN. Supposta la trave rigida e trascurando il peso delle colonne, calcolare la forza statica equivalente per il terremoto di El Centro supposto uno smorzamento della struttura  $\xi=5\%$ .



## Soluzione

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$m = \frac{450 \cdot 10^3 [N]}{9,8 [m/s^2]} + \frac{1120 \cdot 6 [N]}{9,8 [m/s^2]} = 46604 kg$$

continua

$$k = 2 \cdot \left( \frac{12EI}{h^3} \right) = 2 \cdot \left( \frac{12(206000 \cdot 10^6 [N/m^2]) \cdot (33090 \cdot 10^{-8} [m^4])}{6^3} \right) \cong 7,6 \cdot 10^6 N/m$$

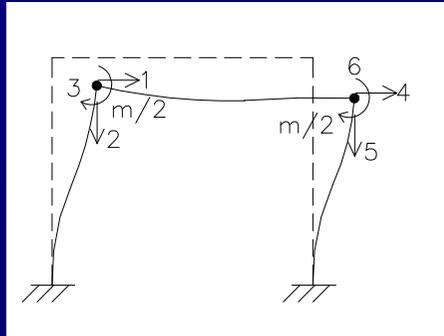
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{46604}{7,6 \cdot 10^6}} = 0,49s$$

Per  $T=0,49s$  sullo Spettro si legge  $S_a=8 m/s^2$

$$F_{eq} = m \cdot S_a = 46604 \cdot 8 = 372832N$$

# Cenni di Analisi Modale

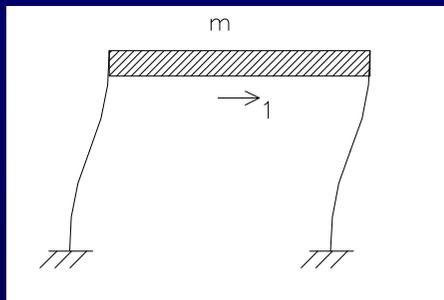
Gradi di libertà di un sistema: “ *Parametri geometrici strettamente necessari a definire la configurazione deformata di un sistema*”



Telaio deformabile: 6 gradi di libertà

Ipotesi:

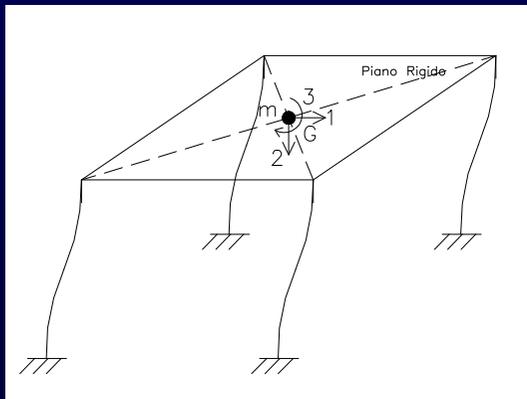
- Massa concentrata nei nodi
- Deformazione delle aste non soggetta a restrizioni



Telaio “Shear-Type”: 1 grado di libertà

Ipotesi:

- Massa concentrata sui traversi
- Traversi rigidi (indeformabili)
- Pilastrini di massa trascurabile ed indeformabili a sforzo normale

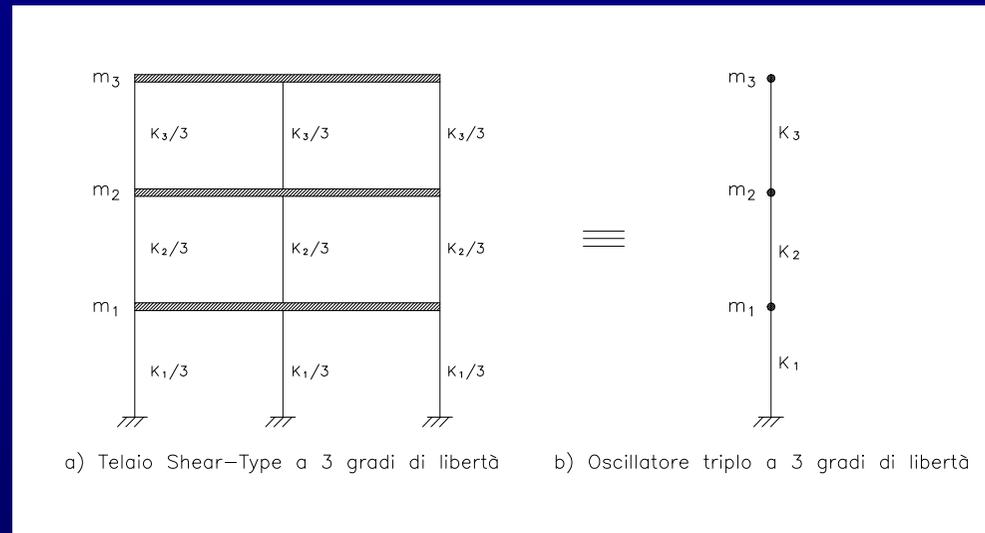


Telaio spaziale con impalcato rigido: 3 gradi di libertà

Ipotesi:

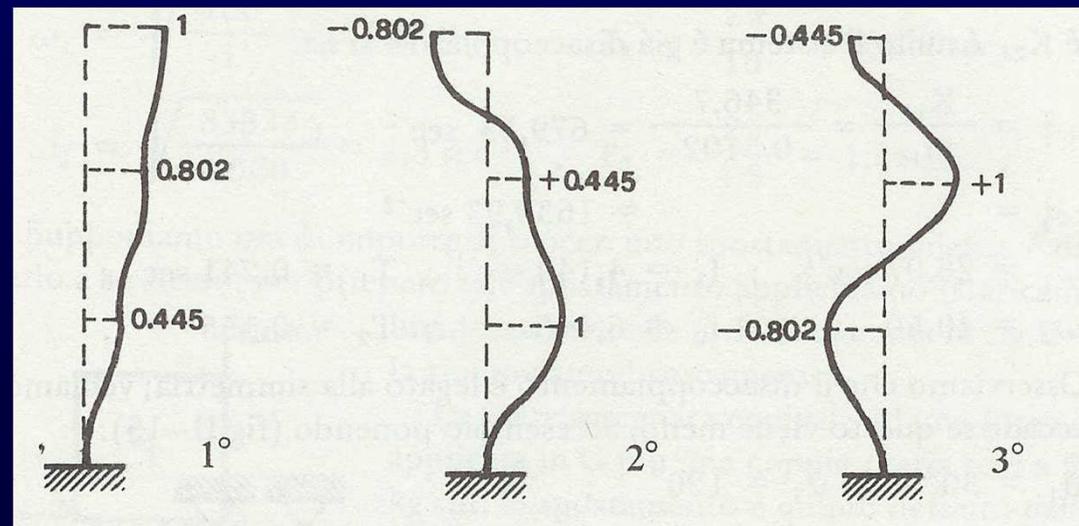
- Massa concentrata nel baricentro dell’impalcato
- Impalcato rigido
- Pilastrini di massa trascurabile ed indeformabili a sforzo normale

# Analisi Modale: Telai



*“Un oscillatore multiplo (MDOF) ha tanti modi di oscillare quante sono le masse che lo compongono”*

*“Ciascun modo di oscillazione è caratterizzato da: 1) forma modale; 2) frequenza angolare  $\omega$  (e di conseguenza  $T=2\pi/\omega$  ed  $f=1/T$ )”*



“Qualunque deformazione del sistema per effetto di un sisma può essere assunta come combinazione dei principali modi di vibrare”

$$\Delta_t = \sqrt{\Delta_i^2} \text{ SRSS}$$

$$m \cdot \ddot{x} + c \cdot \dot{x} + k \cdot x = -m \cdot \ddot{y} = f_e$$

*Equazione del moto per un oscillatore ad un solo grado di libertà (SDOF)*

inerzia

viscosità

rigidezza

forzante (terremoto)

$$M \cdot \ddot{X} + C \cdot \dot{X} + K \cdot X = F_e$$

*Equazione del moto per un sistema a molti gradi di libertà (MDOF)*

matrice di massa

matrice dissipativa

matrice di rigidezza

forze esterne nodali

Per  $f_e=0$  e  $c=0$ , si ha:

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot x = 0$$

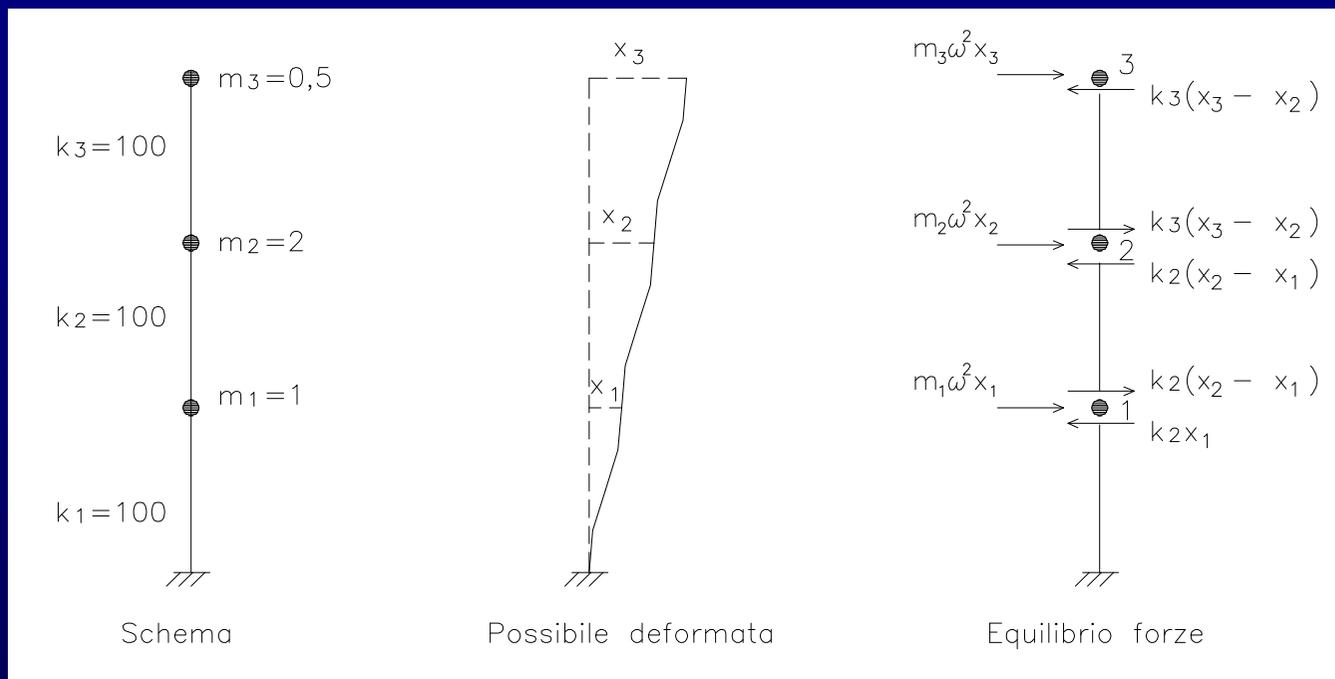
posto  $\ddot{x} \cong \omega^2 \cdot x$  si ha:

$$m \cdot \omega^2 \cdot x + k \cdot x = 0$$

*Equazione di equilibrio dinamico*

### Esercizio 3.

Determinare le frequenze modali (autovalori) del sistema in figura.



### Soluzione

Si applica l'equazione di equilibrio dinamico:

$$m \cdot \omega^2 \cdot x + k \cdot x = 0$$

Massa 1:

$$\begin{aligned} m_1 \cdot \omega^2 \cdot x_1 + k_2 \cdot (x_2 - x_1) - k_1 \cdot x_1 &= \\ (m_1 \cdot \omega^2 - (k_1 + k_2)) \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2 &= \\ (\omega^2 - 200) \cdot x_1 + 100 \cdot x_2 &= 0 \end{aligned}$$

Massa 2:  $k_2 \cdot x_1 + (m_2 \cdot \omega^2 - (k_2 + k_3)) \cdot x_2 + k_3 \cdot x_3 =$   
 $100 \cdot x_1 + (\omega^2 - 200) \cdot x_2 + 100 \cdot x_3 = 0$

Massa 3:  $k_3 \cdot x_2 + (m_3 \cdot \omega^2 - k_3) \cdot x_3 =$   
 $100 \cdot x_2 + (0,5 \cdot \omega^2 - 100) \cdot x_3 = 0$

Scrivendo le tre equazioni di equilibrio in forma matriciale, si ha:

$$\begin{bmatrix} \omega^2 - 200 & 100 & 0 \\ 100 & \omega^2 - 200 & 100 \\ 0 & 100 & 0,5 \cdot \omega^2 - 100 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\omega \cdot X = 0$$

*“Un sistema di equazioni lineari omogenee ammette delle soluzioni diverse da zero se il determinante dei coefficienti è uguale a zero”*

$$d \quad \omega = 0$$

$$\omega^6 - 600\omega^4 + 90000\omega^2 - 2000000 = 0 \quad \text{Equazione caratteristica}$$

radici o **autovalori** :

$$\omega_1 = 5,18 \text{ rad/sec}; \quad \omega_2 = 14,14 \text{ rad/sec}; \quad \omega_3 = 19,32 \text{ rad/sec}$$

Si ha:

$$T = 2\pi/\omega \quad f = 1/T$$

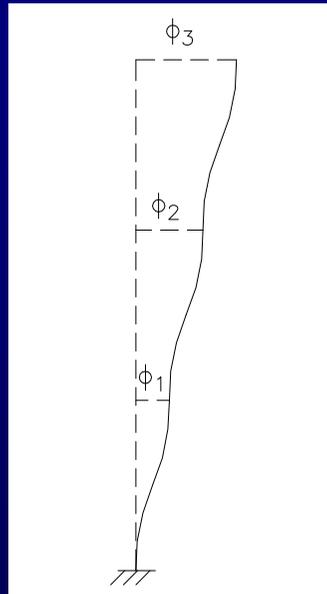
$$T_1 = 1,12\text{s} \quad f_1 = 0,89\text{Hz}$$

$$T_2 = 0,44\text{s} \quad f_2 = 2,27\text{Hz}$$

$$T_3 = 0,32\text{s} \quad f_3 = 3,12\text{Hz}$$

# Modi naturali di oscillazione (Autovettori)

“Il fattore di forma modale  $\Phi$  è un numero relativo che rappresenta il rapporto tra gli spostamenti di piano ed una base comune, di solito lo spostamento del primo o dell'ultimo piano”



$$\Phi_i = \frac{x_i}{x_1}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{bmatrix}$$

Autovettore

“Se il sistema viene fatto oscillare secondo una forma o deformata proporzionale ad un autovettore, tale deformata si mantiene nel tempo, a meno della sola intensità che varia con legge armonica”.

Per gli sviluppi numerici conviene usare il seguente fattore di forma:

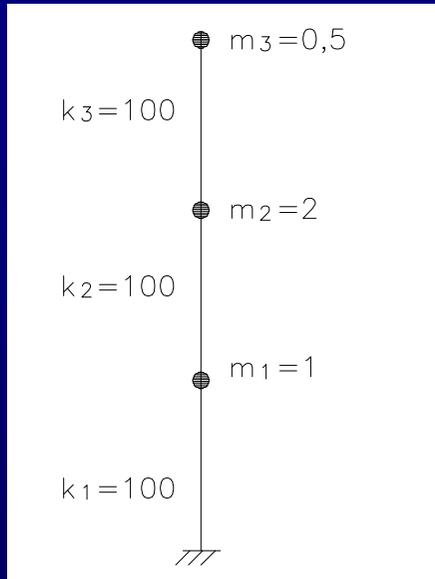
$$\Phi_n = \frac{\Phi_i}{\sqrt{\sum m_i \cdot \Phi_i^2}} \quad \text{Autovettore normalizzato}$$

Si ha

$$\sum m_i \cdot \Phi_n^2 = 1$$

## Esercizio 4.

Determinare le forme modali (modi di vibrare) per la struttura dell'esercizio precedente.



Equazioni di equilibrio

Massa 1:  $(m_1 \cdot \omega^2 - (k_1 - k_2)) \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2 = 0$

Massa 2:  $k_2 \cdot x_1 + (m_2 \cdot \omega^2 - (k_2 + k_3)) \cdot x_2 + k_3 \cdot x_3 = 0$

Massa 3:  $k_3 \cdot x_2 + (m_3 \cdot \omega^2 - k_3) \cdot x_3 = 0$

Sostituendo si ha:

per  $\omega_1 = 5,18 \text{ rad/sec}$

$$\begin{aligned} (1 \cdot 5,18^2 - (100 + 100))x_1 + 100 \cdot x_2 &= 0 \\ 100 \cdot x_1 + (1 \cdot 5,18^2 - (100 + 100)) \cdot x_2 + 100 \cdot x_3 &= 0 \\ 100 \cdot x_2 + (0,5 \cdot 5,18^2 - 100) \cdot x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Ovvero:

$$\begin{aligned} -173 \cdot x_1 + 100 \cdot x_2 &= 0 \\ 100 \cdot x_1 - 173 \cdot x_2 + 100 \cdot x_3 &= 0 \\ 100 \cdot x_2 - 86 \cdot x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Una soluzione è:

$$\mathbf{x}_1 = 1; \quad \mathbf{x}_2 = 1,76; \quad \mathbf{x}_3 = 2,05$$

Si ha:

$$\Phi = \frac{x_i}{x_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1,76 \\ 2,05 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_n = \frac{\Phi_i}{\sqrt{\sum m_i \cdot \Phi_i^2}} = \frac{\Phi_i}{\sqrt{1 \cdot 1^2 + 1 \cdot 1,76^2 + 0,5 \cdot 2,05^2}} = \frac{\Phi_i}{2,49} = \begin{bmatrix} 0,41 \\ 0,71 \\ 0,82 \end{bmatrix}$$

per  $\omega_2 = 14,14$  rad/sec

$$x_1 = -1; \quad x_2 = 0; \quad x_3 = 1$$

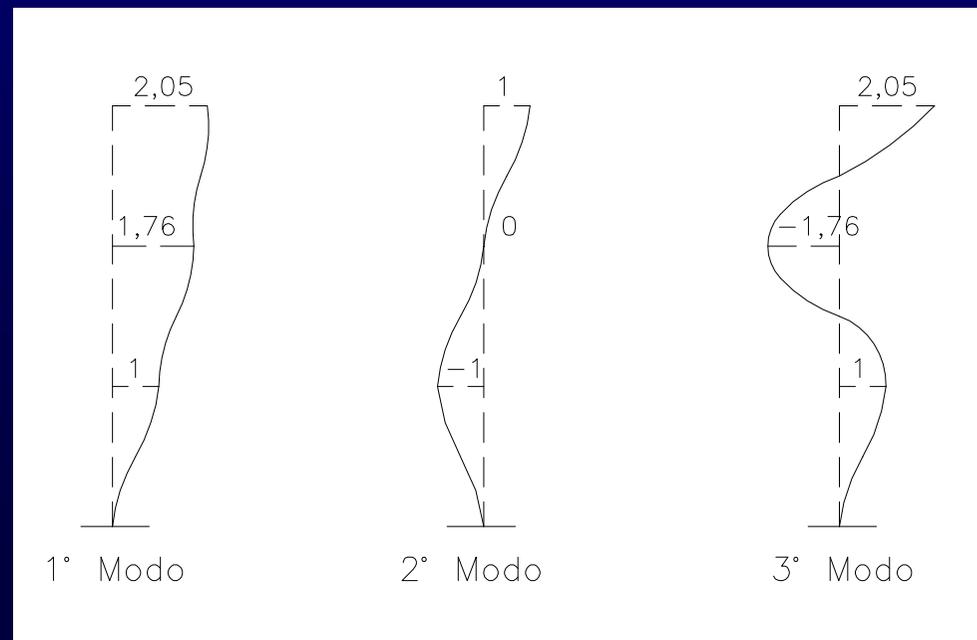
$$\Phi = \frac{x_i}{x_1} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ +1 \end{bmatrix} \quad \Phi_n = \begin{bmatrix} -0,82 \\ 0 \\ +0,82 \end{bmatrix}$$

per  $\omega_3 = 19,32$  rad/sec

$$x_1 = 1; \quad x_2 = -1,76; \quad x_3 = 2,05$$

$$\Phi = \frac{x_i}{x_1} = \begin{bmatrix} +1 \\ -1,76 \\ +2,05 \end{bmatrix} \quad \Phi_n = \begin{bmatrix} +0,40 \\ -0,71 \\ +0,82 \end{bmatrix}$$

Graficamente – Modi non Normalizzati



# Coefficiente di partecipazione

*Il coefficiente di partecipazione,  $g_j$ , rappresenta un indice della massa totale della struttura che agisce in un particolare modo,  $j$ .*

Si può scrivere:

$$g_j = \frac{\left| \sum m_i \cdot \phi_{i,j} \right|}{\left| \sum m_i \cdot \phi_{i,j}^2 \right|} = \left| \sum m_i \cdot \phi_{ni,j} \right|$$

per  $\phi_i = \phi_n$  si scrive:  $m_{effj} = \frac{g_j^2}{m_{tot}} [\%]$

Massa modale efficace per il modo  $j$

Si ha:

$$x = g \cdot Sd \cdot \phi$$

$$Fx = g \cdot k \cdot Sd \cdot \phi$$

$$Fx = g \cdot m \cdot Sa \cdot \phi$$

## Esercizio 5.

Calcolare lo spostamento di piano, le forze di piano ed il taglio alla base per la struttura dell'esercizio 4, per il primo modo di vibrare. Si assuma che lo spostamento spettrale valga 10 ( $S_d=10$ ) e l'accelerazione spettrale valga 0,28g ( $S_a=0,28g=274\text{cm/s}^2$ )

### Soluzione

Usando il fattore di forma normalizzato  $\Phi_n$ , si ha:

*coefficiente di partecipazione*

$$g_1 = \sum m_i \cdot \phi_i = 1 \cdot 0,41 + 1 \cdot 0,71 + 0,5 \cdot 0,82 = 1,523$$

*spostamento di piano*

$$x_1 = g \cdot S_d \cdot \phi = 1,52 \cdot 10 \cdot 0,41 = 6,23$$

$$x_2 = 1,52 \cdot 10 \cdot 0,71 = 10,79$$

$$x_3 = 1,52 \cdot 10 \cdot 0,82 = 12,46$$

*taglio di piano*

$$V_1 = k \cdot x_1 = 100 \cdot 6,23 = 623$$

$$V_2 = k \cdot (x_2 - x_1) = 100 \cdot 4,56 = 456$$

$$V_3 = k \cdot (x_3 - x_2) = 100 \cdot 1,67 = 167$$

$$g_2 = 0,41; \quad g_3 = 0,10$$

$$m_{eff1} = \frac{1,52^2}{2,50} = 92,80\%$$

$$m_{eff2} = \frac{0,41^2}{2,50} = 6,70\%$$

$$m_{eff3} = \frac{0,10^2}{2,50} = 0,40\%$$

*forze di piano*

$$F_1 = V_1 - V_2 = 167$$

$$F_2 = V_2 - V_3 = 289$$

$$F_3 = V_3 = 167$$

oppure

$$F_1 = g \cdot Sa \cdot \phi = 1,52 \cdot 1 \cdot 274 \cdot 0,41 = 170$$

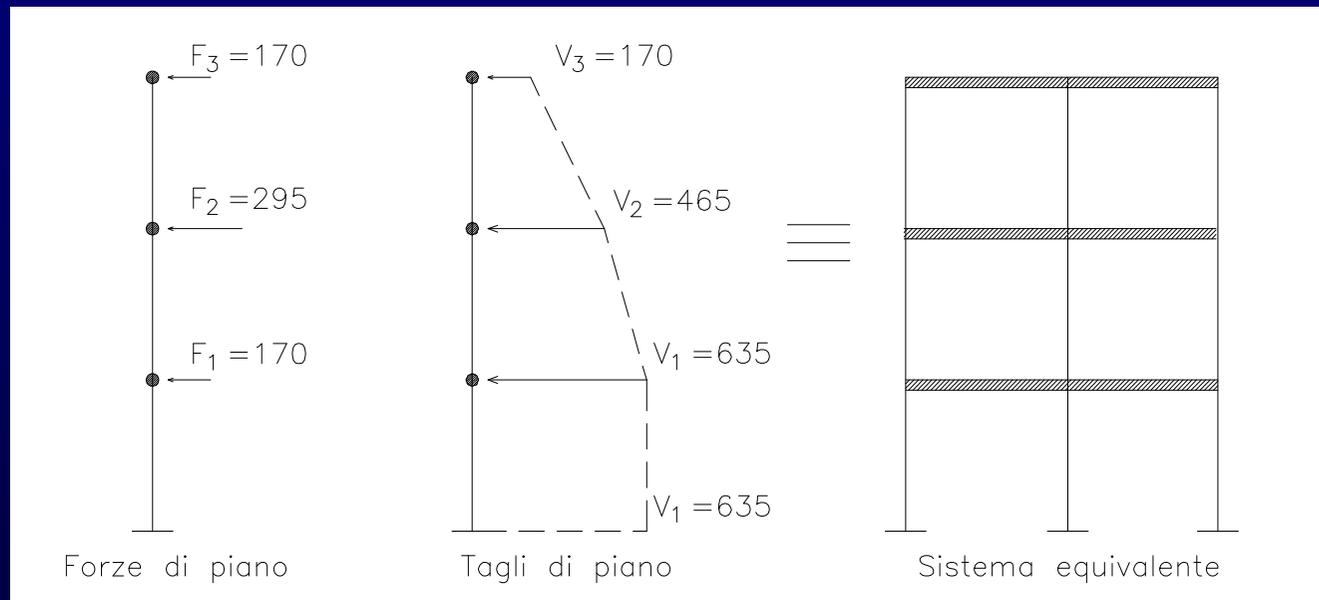
$$F_2 = 1,52 \cdot 1 \cdot 274 \cdot 0,71 = 295$$

$$F_3 = 1,52 \cdot 0,50 \cdot 274 \cdot 0,82 = 170$$

*taglio alla base*

$$V = F_1 + F_2 + F_3 = 170 + 295 + 170 = 635$$

## 1° Modo di vibrare



Le forze di piano di calcolo da applicare alla struttura, saranno:

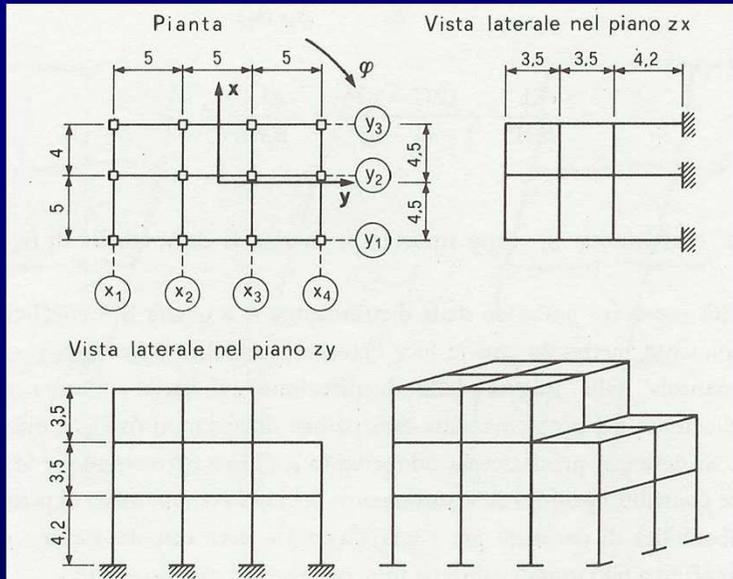
$$F_i = \sqrt{\sum F_{ji}^2} \quad \text{SRSS} \quad j = \text{modo di vibrare}; i = \text{piano}$$

# Telaio Spaziale

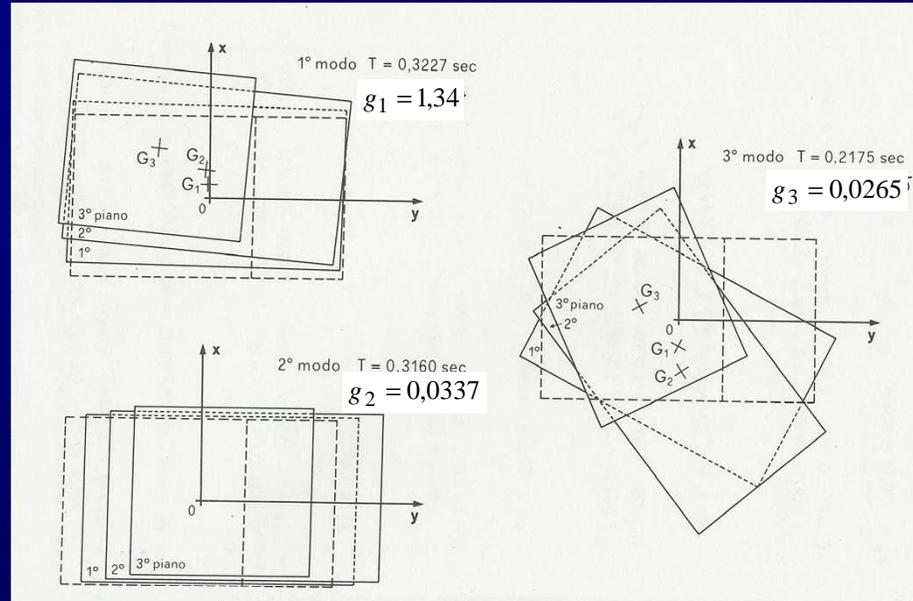
$$M \cdot \ddot{X} + C \cdot \dot{X} + K \cdot X = F_e$$

Equazione di equilibrio dinamico

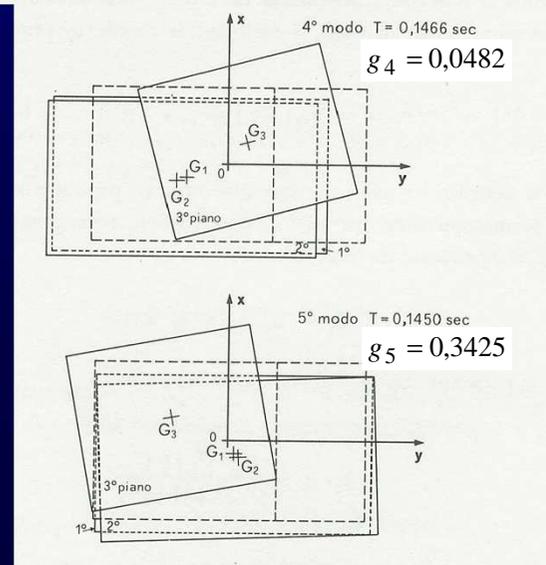
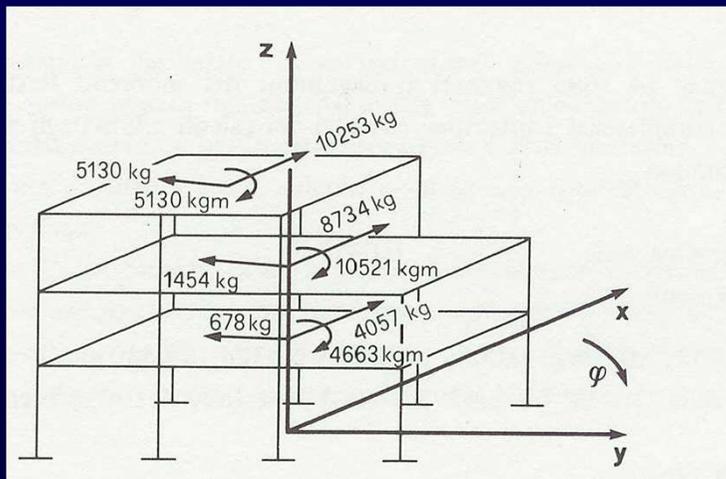
Edificio multipiano ad impalcati rigidi



Modi di vibrare e coefficienti di partecipazione

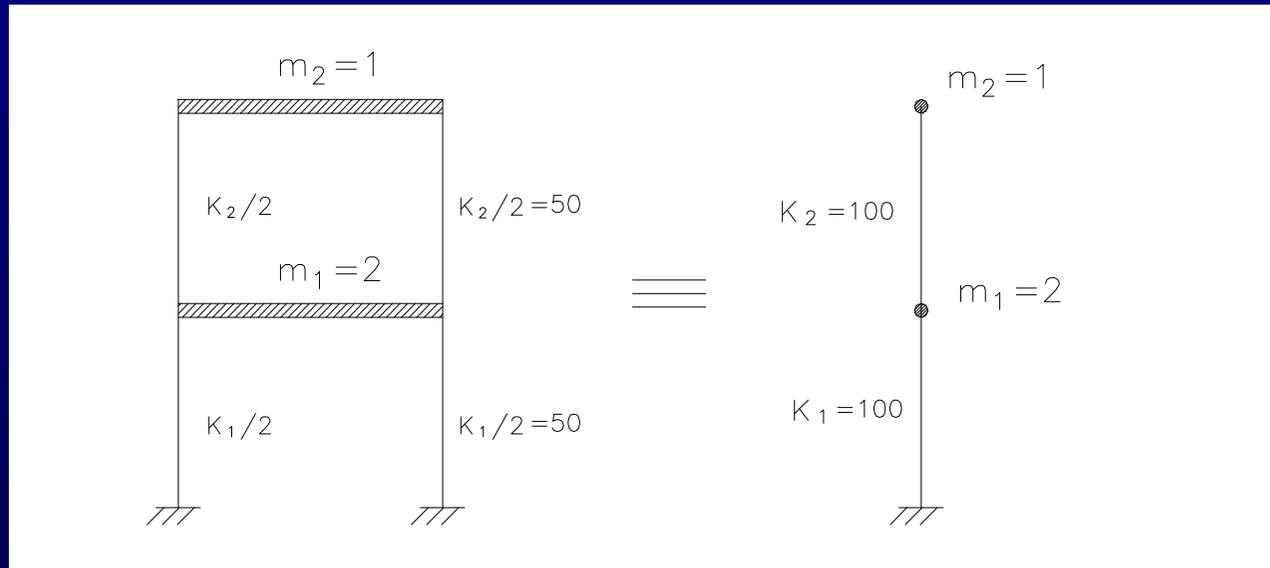


Forze di piano 1° Modo (Sa=0,1g)



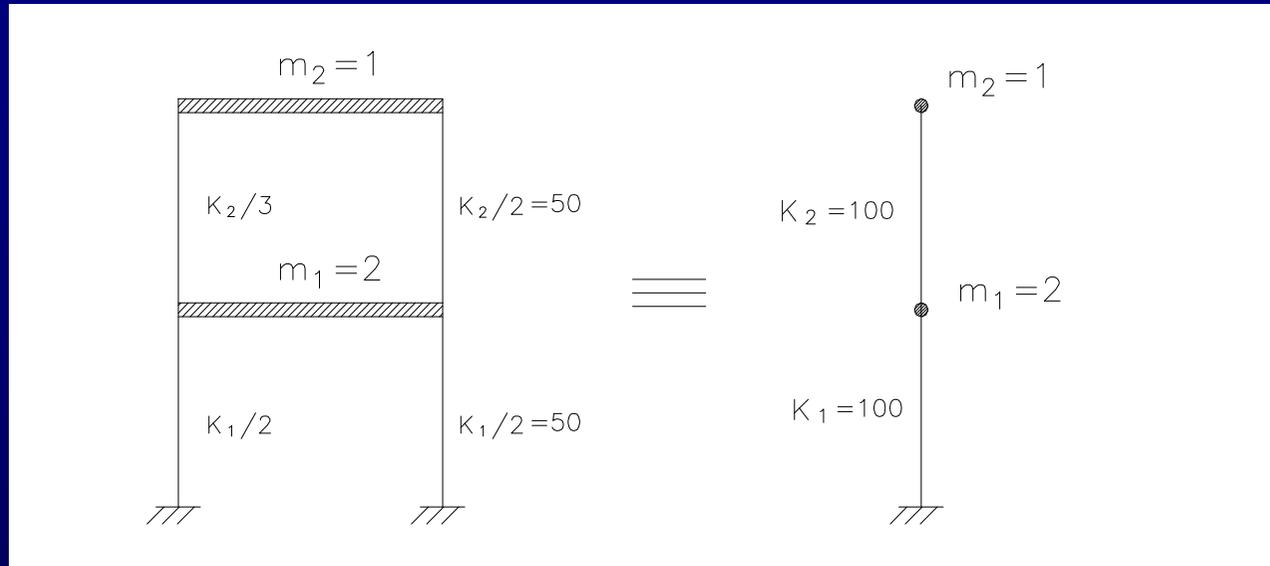
### SCHEDA 13

Per l'oscillatore doppio in figura, determinare le forze statiche equivalenti attraverso un'analisi dinamica modale; sia  $S_a = 0,3g = 294 \text{ cm/s}^2$ .



## SCHEDA 13

Per l'oscillatore doppio in figura, determinare le forze statiche equivalenti attraverso un'analisi dinamica modale; sia  $S_a=0,3g=294\text{cm/s}^2$ .



### Soluzione

$$m \cdot \omega^2 \cdot x + k \cdot x = 0$$

$$1) \quad m_1 \omega^2 x_1 + k_2 (x_2 - x_1) - k_1 x_1 = 0$$

$$(m_1 \omega^2 - (k_1 + k_2)) x_1 + k_2 x_2 = 0$$

$$(2\omega^2 - 200) x_1 + 100 x_2 = 0$$

$$2) \quad m_2 \omega^2 x_2 - k_2 (x_2 - x_1) = 0$$

$$(m_2 \omega^2 - k_2) x_2 + k_2 x_1 = 0$$

$$100 x_1 + (\omega^2 - 100) x_2 = 0$$

$$\begin{cases} (2\omega^2 - 200)x_1 + 100x_2 = 0 \\ 100x_1 + (\omega^2 - 100)x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\det \begin{bmatrix} (2\omega^2 - 200) & 100 \\ 100 & (\omega^2 - 100) \end{bmatrix} = 0$$

$$2\omega^4 - 200\omega^2 - 200\omega^2 + 20000 - 10000 = 0$$

$$2\omega^4 - 400\omega^2 + 10000 = 0 \quad \text{posto } \omega^2 = \lambda$$

$$2\lambda^2 - 400\lambda + 10000 = 0$$

$$\lambda = \frac{+200 \pm \sqrt{200^2 - 2 \cdot 10000}}{2} = \frac{200 \pm 141}{2} \cong \begin{matrix} 170,5 \\ 29,5 \end{matrix}$$

### Autovalori

$$\omega_1 = \sqrt{29,5} = 5,43 \text{ rad/sec}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 0,48 \text{ sec}$$

$$\omega_2 = \sqrt{170,50} = 13,06 \text{ rad/sec}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 1,16 \text{ sec}$$

## Autovettori

Sostituendo  $\omega_1=5,43$  rad/sec

$$\begin{cases} (2 \cdot 5,43^2 - 200)x_1 + 100x_2 = 0 \\ 100x_1 + (5,43^2 - 100)x_2 = 0 \end{cases}$$

ovvero

$$\begin{cases} -141x_1 + 100x_2 = 0 \\ +100x_1 - 70x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{per } x_1 = 1 \text{ si ha } x_2 = \frac{141}{100} = 1,41$$

si ha:

$$\phi = \frac{x_i}{x_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1,41 \end{bmatrix}$$
$$\phi_n = \frac{\phi_i}{\sqrt{\sum m_i \cdot \phi_i^2}} = \frac{\phi_i}{\sqrt{2 \cdot 1^2 + 1 \cdot 1,41^2}} = \frac{\phi_i}{1,997} = \begin{bmatrix} 0,50 \\ 0,70 \end{bmatrix}$$

per  $\omega_2=13,06$

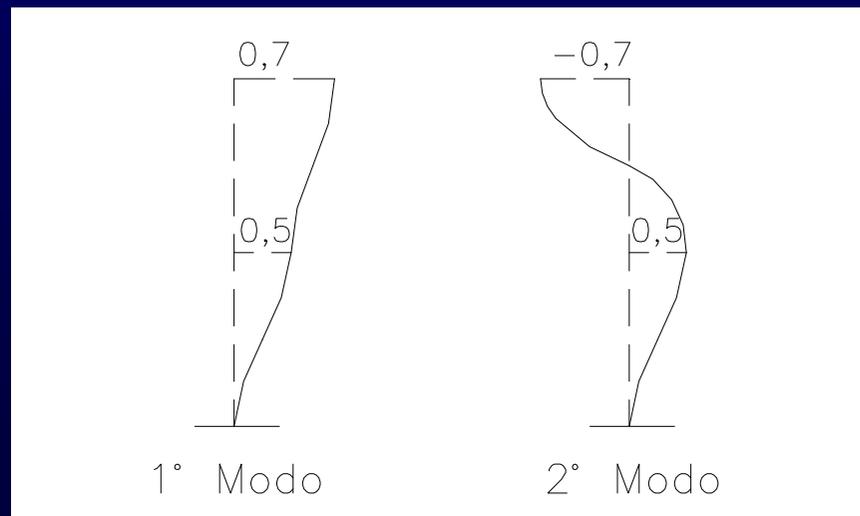
$$\begin{cases} (2 \cdot 13,06^2 - 200)x_1 + 100x_2 = 0 \\ 100x_1 + (13,06^2 - 100)x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -141x_1 + 100x_2 = 0 \\ +100x_1 + 70x_2 = 0 \end{cases}$$

per  $x_1 = 1$  si ha  $x_2 = -1,41$

si ha:

$$\phi = \begin{bmatrix} 1 \\ -1,41 \end{bmatrix} \quad \phi_n = \begin{bmatrix} 0,5 \\ -0,7 \end{bmatrix}$$



## Coefficiente di partecipazione

$$g_1 = \sum m_i \cdot \phi_i = 2 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,7 = 1,7; \quad m_{eff1} = \frac{1,7^2}{3} = 96,3\%$$

$$g_2 = \sum m_i \cdot \phi_i = 2 \cdot 0,5 - 1 \cdot 0,7 = 0,3 \quad m_{eff2} = \frac{0,3^2}{3} = 3\%$$

## Forze di piano modali

- 1° Modo

$$F_1 = g_1 \cdot m \cdot Sa \cdot \phi = 1,7 \cdot 2 \cdot 294 \cdot 0,5 = 500$$

$$F_2 = g_1 \cdot m \cdot Sa \cdot \phi = 1,7 \cdot 1 \cdot 294 \cdot 0,7 = 350$$

- 2° Modo

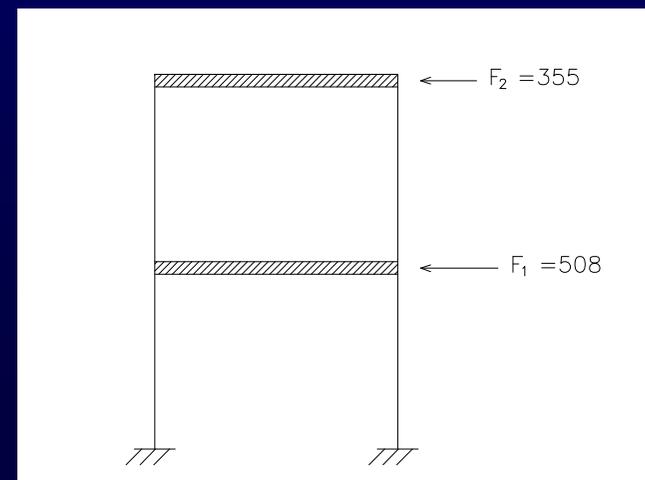
$$F_1 = g_2 \cdot m \cdot Sa \cdot \phi = 0,3 \cdot 2 \cdot 294 \cdot 0,5 = 88$$

$$F_2 = g_2 \cdot m \cdot Sa \cdot \phi = 0,3 \cdot 1 \cdot 294 \cdot -0,7 = -62$$

## Forze di piano di calcolo

$$F_1 = \sqrt{500^2 + 88^2} = 508$$

$$F_2 = \sqrt{350^2 + 62^2} = 355$$



# Progettazione antisismica secondo le nuove norme.

- *Requisiti di sicurezza e criteri di verifica*

## STATI LIMITE CONSIDERATI

- *Sicurezza nei confronti della stabilità ( Stato Limite Ultimo – S.L.U.)*

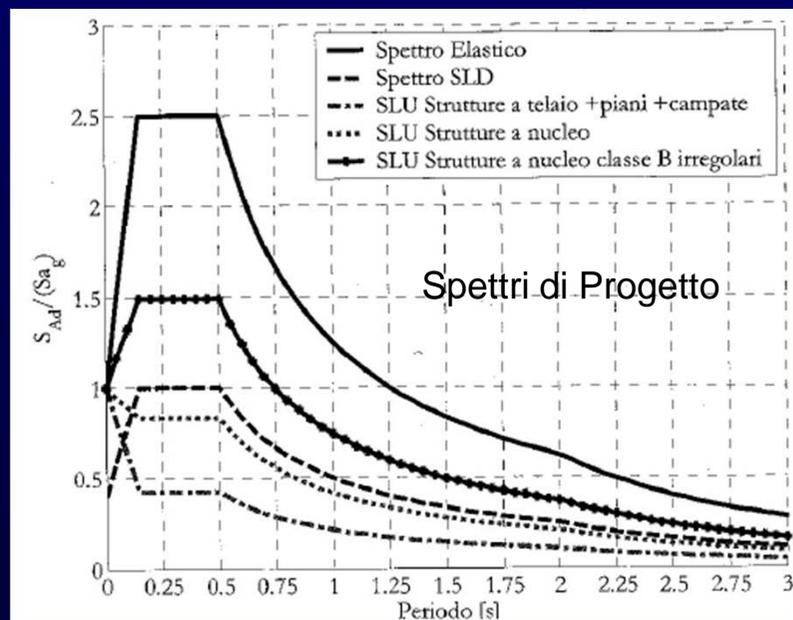
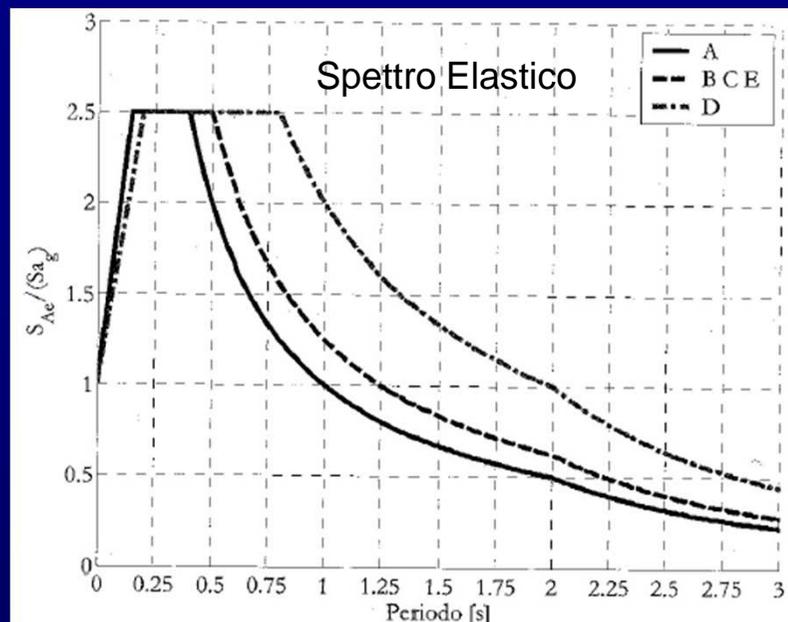
- *Protezione nei confronti del danno ( Stato Limite di Danno – S.L.D.)*

*- Azione sismica*

Zone sismiche – Ordinanza 3274

<b>Zona</b>	<b>Ordinanza ag</b>	<b>DM 16/01/96 ag</b>
<b>1</b>	0.35g	0.10g
<b>2</b>	0.25g	0.07g
<b>3</b>	0.15g	0.04g
<b>4</b>	0.05g	-

## - Spettri di Risposta



## FATTORE DI STRUTTURA

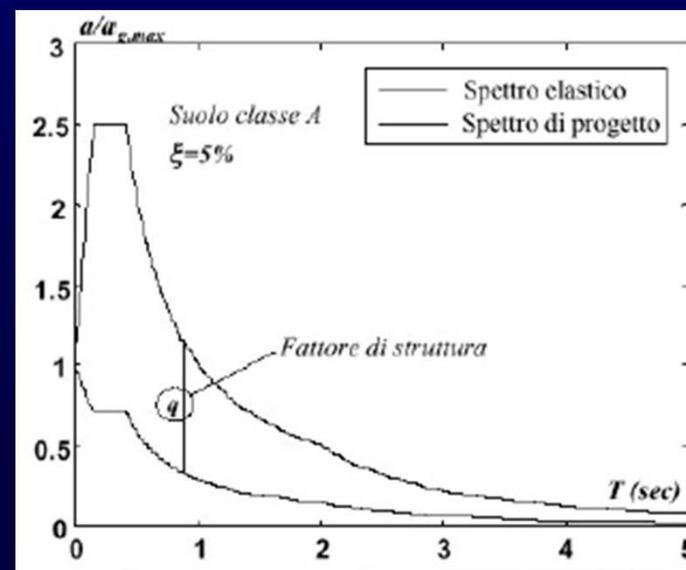
Capacità dissipativa



Fattore di struttura "q"



Riduzione forze elastiche



- *Combinazione dell' azione sismica con le altre azioni*

IN CONDIZIONI SISMICHE

SLU – SLD (Bozza)

$$F_d = \gamma_i \cdot E_i + G_K + \sum \psi_{2i} \cdot Q_{Ki}$$

$$\gamma_i = 1,4 \div 1,2 \div 1$$

$$\psi_{2i} = 0,3 \text{ abitazione e uffici}$$

E azione sismica (momento, taglio, sforzo normale, ecc.)

G carichi permanenti o azioni permanenti

Q carichi accidentali o azioni accidentali

$$E_i = \begin{cases} \pm E_x \pm 30\% E_y \\ \pm 30\% E_x \pm E_y \end{cases}$$

$$E_x \text{ o } E_y = \begin{cases} \sqrt{\sum_i E_i^2} \\ \sqrt{\sum_i \sum_j \rho_{ij} E_i E_j} \end{cases}$$

**SRSS**

**CQC**

# Criteri generali di progettazione

Tipologie strutturali 

- a telaio
- a pareti
- miste telaio-pareti
- a nucleo

Regolarità delle strutture 

- regolare in pianta
- regolare in altezza

Capacità dissipativa  
(o classi di duttilità) 

- CDA (Classe di Duttilità Alta)
- CDB (Classe di Duttilità Bassa)



Gerarchia delle Resistenze 

- Travi – Pilastri - Fondazioni
-  +
- Flessione – Taglio – Sforzo Normale

## - Fattore di struttura

Per edifici in c.a.

$$q = q_0 k_d k_r$$

nella quale

$q_0$  è legato alla tipologia strutturale

$k_d$  è un fattore che dipende dalla classe di duttilità

$k_r$  è un fattore che dipende dalle caratteristiche di regolarità dell' edificio.

Ad esempio:

Per telai a più piani e più campate, a bassa duttilità, regolari in altezza

$q=4.09$

per strutture a nucleo

$q=3$

## SCHEDA 14

	Vero	Falso
1) Le verifiche sismiche allo Stato Limite Ultimo (SLU) e allo Stato Limite di Danno (SLD) devono essere combinate con quelle statiche SLU ed SLE	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2) Lo spettro di risposta elastico è funzione oltre che del periodo T e dell'accelerazione $a_g$ anche del tipo di suolo di fondazione	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3) Per fondazioni su suoli rigidi le forze statiche equivalenti sono più alte	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4) Per strutture più rigide o resistenti il fattore di struttura q è più alto	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5) Strutture con travi a spessore sono necessariamente di classe di duttilità bassa (CDB)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6) Il momento flettente nelle travi va maggiorato per strutture di classe di duttilità alta (CDA)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7) Per strutture di fondazione le sollecitazioni devono essere maggiori di quelle derivanti da un'analisi elastica con fattore $q=1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8) Una corretta progettazione in zona sismica prevede: 1) strutture regolari in pianta ed in altezza 2) rigidità (inerzia) equamente distribuita 3) interassi limitati 4) armature distribuite non eccessive ed adeguatamente ancorate.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## SCHEDA 14

	Vero	Falso
1) Le verifiche sismiche allo Stato Limite Ultimo (SLU) e allo Stato Limite di Danno (SLD) devono essere combinate con quelle statiche SLU ed SLE	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2) Lo spettro di risposta elastico è funzione oltre che del periodo T e dell'accelerazione $a_g$ anche del tipo di suolo di fondazione	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3) Per fondazioni su suoli rigidi le forze statiche equivalenti sono più alte	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
4) Per strutture più rigide o resistenti il fattore di struttura q è più alto	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
5) Strutture con travi a spessore sono necessariamente di classe di duttilità bassa (CDB)	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6) Il momento flettente nelle travi va maggiorato per strutture di classe di duttilità alta (CDA)	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
7) Per strutture di fondazione le sollecitazioni devono essere maggiori di quelle derivanti da un'analisi elastica con fattore $q=1$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8) Una corretta progettazione in zona sismica prevede: 1) strutture regolari in pianta ed in altezza 2) rigidità (inerzia) equamente distribuita 3) interassi limitati 4) armature distribuite non eccessive ed adeguatamente ancorate.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>